Bibliographie.

Beke Manó, Determinánsok (Természet és Technika 1. kötet), 232 oldal, Budapest, az Athenaeum kiadása.

[**Manó Beke, Determinanten,** 232 S., Budapest, Athenaeum-Verlag.]

Das vorliegende Buch bildet den ersten Band einer von Prof. Beke herausgegebenen Sammlung, welche unter dem Gesamttitel *Natur und Technik* eine Reihe grundlegender Disziplinen der Mathematik und der exakten Naturwissenschaften dem ungarischen Leserkreis leichter zugänglich zu machen beabsichtigt.

Das Buch von Beke führt den Leser auf leichtem und deswegen sicherem Wege zunächst in die allgemeine Theorie der Determinanten ein, und leitet ihn dann auch zur selbständigen Forschung an, indem ausser dem hergebrachten klassischen Stoffe auch die Ergebnisse der modernsten Forschung berücksichtigt werden. Die Darstellung weist zahlreiche Feinheiten auf, und die sorgfältige, elegante Behandlung der wichtigsten besonderen Determinanten ist vorzüglich geeignet, den Leser mit der Handhabung der Determinanten vertraut zu machen.

Nach einer Einleitung über Permutationen und über die Auflösung der Gleichungssysteme mit zwei bzw. drei Unbekannten folgt eine Darlegung der Grundeigenschaften der Determinanten, einschliesslich des Laplaceschen Entwicklungssatzes. Als Anwendung werden im nächsten Kapitel die Vandermondeschen, Wronskischen, Hankelschen u. s. w. Determinanten betrachtet, die Kontinuanten, sowie die Differentiation der Determinanten erledigt. Dann wird ein Kapitel darüber eingeschaltet, wie man die formalen Determinantensätze mit Hilfe der alternierenden Zahlen übersichtlicher darstellen kann (was in den meisten Lehrbüchern nicht erwähnt wird). Es folgt die vollständige Diskussion des linearen Gleichungssystems, der Multiplikationssatz nebst einer Reihe wichtiger Anwendungen, und die auf symmetrische und schiefsymmetrische Determinanten bezüglichen wichtigsten Ergebnisse. Die Theorie der charakteristischen Gleichung bietet dem Verfasser die Gelegenheit, die seltener berücksichtigten Determinanten von Kronecker bzw. von Scholtz und Hunyady zu besprechen. Die orthogonalen Determinanten sowie die quadratischen Formen werden mit derjenigen Ausführlichkeit und Sorgfalt behandelt, welche ihrer stets zunehmenden Bedeutung entspricht. Die Theorie der Resultanten und Diskriminanten beschliesst den eigentlichen klassisch-algebraischen Stoff. Die Untersuchung der Gramschen Determinante, der Funktionaldeterminante sowie der unendlichen Determinanten eröffnen dem Leser wichtige Ausblicke über die Anwendbarkeit der vorgetragenen Lehren auf die Funktionentheorie. Zum Schluss wird ein Kapitel über geometrische Anwendungen geboten, und ein sehr interessant geschriebener historischer Überblick beschliesst das reichhaltige Werk.

Tibor Radó.

Pogány Béla, Az elektromágneses tér (Természet és Technika 3. kötet), 695 oldal, Budapest, az Athenaeum kiadása, 1927.

[**Béla Pogány, Das elektromagnetische Feld**, 695 S., Budapest, Athenaeum-Verlag, 1927.]

Das vorliegende Buch ist berufen, eine sehr empfindliche Lücke in der Reihe der ungarischen Lehrbücher der Physik auszufüllen.

Das Buch von B. POGANY behandelt die klassische MAXWELLsche Elektrodynamik einschliesslich der elektromagnetischen Lichttheorie, die LORENTZsche Elektronentheorie und im Anschluss daran das BOHRsche Atommodell.

Aus dem reichhaltigen Inhalt möchten wir besonders die ausführliche Behandlung der ebenen Wellen in homogenen Medien hervorheben. Es werden unter anderem die wichtigen Untersuchungen von W. VOIGT über inhomogene ebene Wellen referiert, sowie die genaue Theorie der Reflexion an einer planparallelen Platte gegeben, weiterhin wird die Fortpflanzung eines endlichen Wellenzuges erörtert. Die Aufnahme des letztgenannten Problems ist umso dankenswerter, da die fundamentalen Unterscheidungen zwischen Phasengeschwindigkeit und Signalgeschwindigkeit noch immer nicht allgemein genug bekannt sind und noch immer zu Missverständnissen, besonders in Bezug auf die Relativitätstheorie, führen.

In dem Abschnitt über Elektronentheorie wird ausser den Grundbegriffen eingehend die klassische Theorie der Dispersion erörtert, sowie das klassische Modell der Lichtquelle in der Absicht, den Fortschritt durch Quantentheorie ins rechte Licht zu setzen.

Ein letztes Kapitel behandelt das BOHRsche Atommodell einschliesslich des ZEEMANN- und STARKeffektes.

Wir möchten noch bemerken, dass in dem Buch unter anderem auch auf die LANGEVINsche Theorie des Paramagnetismus, auf die RÖNTGENstrahlen, LAUEeffekt, die Grundtatsachen der Quantentheorie, sowie auf das COMPTON-effekt mehr oder weniger ausführlich eingegangen wird. Dagegen werden Erscheinungen an bewegten Körpern nicht behandelt, da in demselben Verlag von demselben Verfasser ein besonderes Werk über Relativitätstheorie in Vorbereitung sich befindet.

Die Darstellung ist klar und leicht verständlich, die Zwischenrechnungen sind meist sehr ausführlich durchgeführt und die leitenden Gesichtspunkte besonders hervorgehoben

Von mathematischen Hülfsmitteln sind ausser der Differential- und Integralrechnung nur die Hauptsätze der Vektoranalysis vorausgesetzt. Nur bei Behandlung des STARKeffektes wird die HAMILTON-JACOBIsche Methode angewandt, deren etwas ausführlichere Auseinandersetzung besonders für Physiker, für die das Buch in erster Reihe bestimmt ist, allerdings vorteilhaft gewesen wäre.

Das Buch von POGÁNY können wir als einen entschiedenen Gewinn der ungarischen physikalischen Literatur begrüssen, dessen günstige Wirkung sich wohl sehr bald zeigen wird.

R. Ortvay.

Jordan Károly, Matematikai Statisztika (Természet és Technika 4. kötet), 316 oldal, Budapest, az Athenaeum kiadása.

[**Karl Jordan, Mathematische Statistik,** 316 S., Budapest, Athenaeum-Verlag.]

Das Buch stimmt im wesentlichen mit dem in französischer Sprache bei Gauthier-Villars unter dem Titel *Statistique mathématique* erschienenen Werke des Verfassers überein; es kann daher in sachlicher Beziehung auf die Besprechung dieses Werkes, *diese Acta* Bd. **3**, S. 254, verwiesen werden. Hier möge nur der Freude Ausdruck gegeben werden, dass das ausgezeichnete Werk nunmehr auch in ungarischer Sprache vorliegt.

Tibor Radó.

Ortvay Rudolf, Bevezetés az anyag korpuszkulális elméletébe, első rész, 294 oldal, Budapest, a Magyar Tudományos Akadémia kiadása, 1927.

[**Rudolf Ortvay, Einführung in die Korpuskulartheorie der Materie,** erster Teil, 294 S., Budapest, Verlag der Ungarischen Akademie der Wissenschaften, 1927.]

Das Buch von Ortvay ist freudig zu begrüssen, als das erste in ungarischer Sprache geschriebene Werk über die modernsten Theorien der Materie und der Elektrizität. Es ist aus Universitätsvorlesungen hervorgegangen mit naturgemässen Ergänzungen. Das Buch will den Leser in die Methoden der korpuskularen Theorie einführen, ohne allzuviel spezielle Kenntnisse vorauszusetzen, sowie eine klare Übersicht geben über die wichtigsten Probleme und Ergebnisse, wobei auf manche noch ungelöste Fragen hingewiesen wird.

Den Experimentalphysiker berührt es angenehm, dass die Experimente durchgehend vollauf gewürdigt werden. So werden in der Einleitung die experimentellen Tatsachen eingehend beschrieben, auf denen die Theorie aufgebaut wird: das Gesetz der multiplen Proportionen, die Brownsche Bewegung, Zählung der α-Partikeln, Messung der Elementarladung, die Versuche von Laue und Bragg und weiter in der kinetischen Gastheorie z. B. die Versuche von Richardson und von O. Stern über die Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen bzw. der Atome, die von Born und Bormann, von W. Wien über die freie Weglänge, der Ramsauereffekt.

In drei Kapiteln werden behandelt: die kinetische Gastheorie, die statistische Mechanik, die Grundlagen der Quantentheorie. Verfasser war bestrebt eine für Anfänger verwirrende Überfülle des Stoffes zu vermeiden; nur grundlegendes und wichtiges wird behandelt und zwar in anregender und klar verständlicher Weise.

Kinetische Gastheorie. Zuerst werden Druck und Temperatur nach Clausius gedeutet und die Zustandsgleichung abgeleitet. Die weitere Behandlung der Maxwellschen Geschwindigkeitsverteilung, der Stosszahl, der freien Weglänge, des Transports von Impuls und Energie (Reibung und Wärmeleitung) lehnt sich an BOLTZMANN und JEANS an, wobei die grundlegende Bedeutung der Stosszahl und freien Weglänge klar hervortritt. Es ist ein trefflicher Gedanke, die Besprechung der Elektrizitätsleitung in Gasen hier einzufügen als Beispiel der Erscheinungen, die durch die Ladung der Korpuskeln bedingt sind.

Statistische Mechanik. Die statistische Mechanik wird mit Recht breiter behandelt, scheint es doch nach der neuesten Entwicklung, dass das statistische Element mit den Grundprinzipien der Physik enger gekoppelt ist, als man bisher annahm. Vor allem wird die Entropie nach BOLTZMANN und PLANCK als Zustandswahrscheinlichkeit gedeutet. Weiter wird aus den kanonischen Gleichungen der LIOUVILLEsche Satz bewiesen, sodann die kanonische Gesammtheit als Verallgemeinerung der MAXWELL—BOLTZMANNschen Verteilung eingeführt, indem an Stelle einzelner Molekeln ganze Systeme von vielen Molekeln treten. Nun erst wird die GIBBSsche Methode entwickelt, der Äquipartitionssatz abgeleitet, die verschiedenen Entropiedefinitionen verglichen, die VAN DER WAALSsche Zustandsgleichung aufgestellt. Einen breiten Raum nehmen die Schwankungseigenschaften ein. Daran schliesst die Theorie der BROWNschen Bewegung nach LANGEVIN, sowie die vollkommenere von ZEILINGER, wobei der EINSTEIN—FOKKERsche Satz benützt wird, dessen Beweis aber erst später gegeben wird (nach PLANCK).

Es folgt die Behandlung der Theorie des Magnetismus. Die Annahme von umlaufenden Elektronen führt zum BOHRschen Magneton. Ausführlich wird über die Versuche von EINSTEIN—DE HAAS, BARNETT, über den STERN—GERLACH-Effekt berichtet; die LANGEVINsche Theorie des Paramagnetismus bildet den Schluss.

Grundlinien der Quantentheorie. Bei Einführung der Grundbegriffe befolgt der Verfasser nicht den geschichtlichen Weg der Betrachtung der schwarzen Strahlung, sondern die klassischen Versuche von J. FRANCK und G. HERTZ über den unelastischen Stoss von Molekeln und Elektronen werden herangezogen. Nach Besprechung der RUTHERFORDschen Versuche über die Streuung der α Strahlen, wird das Wasserstoffmodell aufgestellt. Es folgen Anwendungen auf einige wichtige Fälle, wie die elastischen festen Körper, die schwarze Strahlung. Die festen Körper werden zuerst nach EINSTEIN, dann nach DEBYE behandelt, das akustische Spektrum wird jedoch nach der vom Verfasser stammenden viel einfacheren Methode berechnet; es folgt die zuerst vom Verfasser gegebene Ableitung der Zustandsgleichung von festen Körpern, in die die elastischen Spannungen und Deformationsgrössen und die Temperatur eingehen. Die Theorie der schwarzen Strahlung wird von mehreren Seiten beleuchtet. Der Unterschied der klassischen und der quantenhaften Auffassung wird durchgehend scharf hervorgehoben.

Der letzte Paragraph ist den Lichtquanten gewidmet; der DOPPLEReffekt und der COMPTONeffekt finden ihre einfache Deutung.

Der zweite Teil des Werkes soll die Theorie der Spektra und die Quantenmechanik von HEISENBERG und SCHRÖDINGER enthalten. Es ist lebhaft zu wünschen, dass der zweite Teil baldigst erscheine.

Karl Tangl.

H. Grassmann, Projektive Geometrie der Ebene. Unter Benutzung der Punktrechnung dargestellt. Zweiter Band: Ternäres. Zweiter Teil, XI + 522 S., Leipzig u. Berlin, B. G. Teubner, 1927.

Durch den vorliegenden zweiten Teil des zweiten Bandes wird das gross angelegte Werk zum Abschluss gebracht (der erste Band erschien 1909, der erste Teil des zweiten Bandes 1913). Wie G. Wolff in einem Nachworte berichtet, ist es der Unterstützung einer Reihe von Freunden und Förderern der Ausdehnungslehre zu verdanken, dass das im Nachlasse des 1922 verstorbenen Verfassers aufgefundene Manuskript des vorliegenden Teilbandes veröffentlicht werden konnte; es ist zu hoffen, dass diese pietätsvolle Handlung einmal noch zum Wiederaufblühen des Interesses für diese Art geometrischer Forschung beitragen wird.

Im vorliegenden Teilbande wird in der Hauptsache eine ausführliche Theorie der linearen Kegelschnittsysteme geboten, nebst einer eingehenden Darstellung der Theorie der ebenen Kurven dritter Ordnung und dritter Klasse, die sich dabei als notwendig erweist. Zum Schlusse folgen Anwendungen auf die aequiforme und auf die affine Geometrie, indem die allgemeinen Ergebnisse der projektiven Geometrie durch Auszeichnung der Kreispunkte und der unendlich fernen Geraden spezialisiert werden. Die Darstellung ist äusserst ausführlich, und dürfte jedem für die Geometrie interessierten Anfänger verständlich sein. Die Ausführlichkeit scheint aber öfters sowohl für den Kenner wie auch für den Anfänger viel zu weit zu gehen. Besondere und manchmal geradezu vervirrende Weitläufigkeiten rühren von der Behandlung und Anordnung dualer Sätze her, die öfters durch mehrere Seiten örtlich voneinander getrennt und jeder für sich unter Wiederholung aller Einzelheiten bewiesen werden; stellenweise wird der Anfänger fast den Eindruck gewinnen müssen, dass dies durch die Natur der Punktrechnung bedingt ist. Auf alle Fälle aber wird ein eifriger Leser durch die Fülle der schönen geometrischen Tatsachen, die er im Buche kennen lernt, reichlich für seine Mühe entlohnt sein. Auch ist es für jedermann förderlich, wenn er sich eine originelle symbolische Rechnungsart, wie die Punktrechnung, aneignet; für junge Leser dürfte die projektive Geometrie in synthetisch-symbolischer Behandlungsweise eine ausgezeichnete Vorschule zum abstrakten axiomatischen Denken bilden.

Tibor Radó.

F. Enriques, Zur Geschichte der Logik (Wissenschaft und Hypothese XXVI), deutsch von L. Bieberbach, VI + 240 S., Leipzig und Berlin, B. G. Teubner, 1927.

Der Verfasser führt den Leser durch die Geschichte der Mathematik und Philosophie, um die Wechselwirkung der Logik und Mathematik von den alten Griechen bis zum Ende des neunzehnten Jahrhundert darzustellen. Die moderne Grundlagenkritik und Grundlagenforschung der Mathematik (Intuitionismus, Hilbertsche Schule), — obwohl dieselben eine so enge Beziehung zwischen den Fragen der Logik und Mathematik zutage brachten, als keine ältere Forschungen, — werden im vorliegenden Buche gar nicht behandelt;

wahrscheinlich aus dem Grunde, weil diese Bestrebungen heutzutage noch nicht mit derjenigen geschichtlichen Objektivität betrachtet und bewertet werden können, welche sonst im ganzen Buche die höchste Norm des Verfassers gewesen zu sein scheint. Mit einiger Aufmerksamkeit kann man übrigens auch weniger moderne, wichtige logisch-mathematische Bestrebungen finden, die im Buche ebenfalls nicht erwähnt wurden; der Verfasser hat aber offenbar nicht nach historischer Vollständigkeit gestrebt, er wollte eben nur *die charakteristischesten Züge darstellen.*

Der eigentliche Fachmann, den die Entwicklung der logischen Fragen der Mathematik, oder die Entwicklung der der Mathematik nahestehenden Fragen der Logik interessiert, wird das Buch ebenso mit Vergnügen lesen, wie auch jeder Leser, der dieses wichtige Gebiet der Kulturgeschichte, dessen Bedeutung noch immer nicht genügend gewertet wird, kennen lernen will.

Die vorzügliche Übersetzung rührt von Herrn L. Bieberbach her.

L. Kalmár.

H. Behmann, Mathematik und Logik (Math.-Phys. Bibliothek Bd. 71), 60 S., Leipzig und Berlin, B. G. Teubner, 1927.

In unseren Zeiten, als die neueren Ergebnisse der Grundlagenforschung der Mathematik die Fragen der symbolischen Logik in den Vordergrund rücken, ist eine knappe, auch für den Anfänger leicht fassbare Darstellung dieser Disziplin, wie eine solche im vorliegenden Bändchen geboten wird, sehr willkommen. Man kann aus diesem Büchlein nicht nur den elementaren Aussagenkalkül, sondern auch die wichtigsten Ergebnisse der Begriffslogik (d. h. des logischen Funktionenkalküls), sowie der auf dieser gegründeten Klassen- und Zuordnungslogik kennen lernen und zum Schlusse erfahren, wie der Anzahlbegriff und dessen Arithmetik in der Sprache der symbolischen Logik darzustellen sind.

Das kleine Buch ist warm zu empfehlen einem jeden, der eine Orientierung über das Gebäude der symbolischen Logik erlangen will; aber auch dem, der sich tiefer mit den Problemen dieser Disziplin beschäftigen will, wird es als sehr gute Vorschule dienen; besonders ist es als Vorbereitung zum Studium der Whitehead—Russellschen *Principia Mathematica* geeignet.

Es möge einiges noch über das verwendete Bezeichnungssystem bemerkt werden. Es ist leider üblich, dass, mit einer gewissen Übertreibung gesagt, ein jeder Verfasser in einer jeden Arbeit eine besondere Symbolik benützt, was man allerdings dadurch entschuldigen kann, dass für die Behandlung verschiedener Fragen tatsächlich besondere Symbolsysteme zweckmässig sein können. Die im vorliegenden Bändchen verwendete Symbolik ist sehr bequem, um mit derselben zu rechnen, aber sie erweist sich bei der inhaltlichen Deutung komplizierter Formeln, was als Anwendung der Symbolik für die Anfänger doch in erster Linie in Betracht kommt, vielfach zu unübersichtlich, und zwar wegen der mehrfachen *Überdetermination* der einzelnen Zeichen. (Z. B. bedeutet die Überstreichung die Negation, oder einen partikulären Operator, oder die Beziehung der Verschiedenheit, je nachdem eine Aussagenvariable, eine Dingvariable, oder zwei Dingvariabeln überstrichen wurden.) Es erscheint wünschenswert, dass in der voraussichtlich bald nötig werdenden Neuauflage der Verfasser sich etwa an die Symbolik der *Principia Mathematica* anschliesst, obwohl dann die vom Verfasser mit Recht als sehr förderlich empfohlene Übung wegfallen würde, die Formeln der *Principia Mathematica* mit Hilfe der im vorliegenden Büchlein zugrunde gelegten Symbolik darzustellen.

L. Kalmár.

E. Fettweis, Das Rechnen der Naturvölker, IV + 96 S., Leipzig u. Berlin, B. G. Teubner, 1927.

„Vorliegende Arbeit will eine Darstellung und Analyse des Rechnens der Naturvölker geben, um dadurch einerseits der Entscheidung gewisser strittiger Fragen der psychologisch begründeten Rechenmethodik zu dienen, andererseits einer Korrektur gewisser Urteile über die Rechenkunst und im Anschluss daran über die geistige Veranlagung der Naturvölker.“ (Aus dem Vorwort.)

Auch der Mathematiker, den die eigentlichen Problemstellungen des Verfassers weniger interessieren dürften, findet im anziehend geschriebenen Büchlein eine Menge interessanter Einzelheiten über die primitivsten Formen einiger grundlegender Begriffsbildungen seiner Wissenschaft.

Tibor Radó.

H. v. Sanden, Mathematisches Praktikum I (Teubners technische Leitfäden, Bd. 27), IV + 122 S., sowie 20 Zahlentafeln als Anhang, Leipzig u. Berlin, B. G. Teubner, 1927.

Das Bändchen enthält den ersten Teil einer, für technische Hochschulen bestimmten, Aufgabensammlung zur Differential- u. Integralrechnung. Nach zwei einleitenden Abschnitten über Irrationalzahlen und Funktionen, sowie über die praktischen Prinzipien der Zahlenrechnungen und über den Gebrauch des Rechenschiebers werden die Aufgaben in fünf Abschnitte gruppiert (Der Satz von TAYLOR. — Auflösung von Gleichungen. — Ausgleichungsrechnung. — Integration, Differentiation, Interpolation. — Harmonische Analyse). Einem jeden Abschnitte geht eine knappe, aber stets verständliche Zusammenstellung der nötigen theoretischen Hilfsmittel voran; sonst wird natürlich die Kenntnis der Anfangsgründe der Infinitesimalrechnung vorausgesetzt.

Die dargebotenen Aufgaben sind geistreich und lehrreich, und stehen mit Problemen in Verbindung, die den Leser interessieren müssen. Die zahlreichen Stichproben, die Referent unternahm, liessen eben nur eine einzige Aufgabe der Sammlung als kritisierbar erscheinen; da dieselbe mit einer prinzipiellen Frage in Verbindung steht, so möge sie kurz besprochen werden. Es handelt sich um die Aufgabe (S. 24, unten):

Ein Grundstück wurde verkauft und seine Grösse durch Planimetrieren auf der Landkarte ermittelt. Der Verkäufer machte darauf aufmerksam, dass es auf einem 1 : 7 geneigten Abhang läge und seine tatsächliche Fläche infolgedessen g r ö s s e r sei, als die planimetrierte Horizontalprojektion. Der Mann hat recht. Ist sein Einwand von praktischer Bedeutung?

Zur Lösung wird *die tatsächliche Fläche* mit F, die Horizontalprojektion mit F' bezeichnet und es wird ausgerechnet, dass F um etwa 1% grösser als F' sei. Aus dieser Überlegung könnte aber der Leser auch den Schluss ziehen, dass etwa bei einem mitten in einer Grosstadt auf einem sehr steilen Abhange gelegenen Grundstück *die tatsächliche Fläche* von praktischer Bedeutung sein kann. Wäre dies der Fall, so hätten sich naturgemäss bereits praktische Methoden ausgebildet, um *die tatsächliche Fläche* eines Grundstückes mit grosser Genauigkeit auszumessen. Nun hat Referent, von dieser Annahme ausgehend, vor etwa anderthalb Jahren umfangreiche Interwiews in sachverständigen Kreisen angestellt in der Hoffnung, die solchen praktischen Messungsmethoden zugrunde liegenden Ideen für die Theorie der Quadratur krummer Flächen verwerten zu können. Das Ergebnis war indessen durchaus negativ; die befragten Herren beriefen sich einstimmig darauf, dass die Pflanzen in vertikaler Richtung wachsen und dass die Wände der Häuser in vertikaler Richtung aufgeführt werden (*und nicht etwa in der Richtung der Flächennormalen*) — und dass demzufolge es praktisch immer nur auf die Fläche der Horizontalprojektion ankommt. Danach wäre also die rechnerische Lösung der obigen Aufgabe irreführend, da ja die Bedeutungslosigkeit der tatsächlichen Fläche des Grundstückes ohne jede Rechnung einzusehen ist, unabhängig davon, ob dieselbe um 1% oder etwa um 101% grösser als die Horizontalprojektion ist.

Sonst haben die übrigen Aufgaben, wie oben hervorgehoben wurde, den bestmöglichen Eindruck auf Referenten gemacht. Diese Aufgaben sind nicht blosse Rechenexempeln (obwohl Verfasser mit Recht das grösste Gewicht auf die effektive Durchführung aller Rechnungen legt), sie sind auch vorzüglich geeignet, den Leser in der so überaus wichtigen Kunst des Abschätzens auszubilden.

Tibor Radó.

R. Courant, Vorlesungen über Differential- und Integralrechnung, erster Band, XIV + 410 S., Berlin, J. Springer, 1927.

Ein ausgezeichnetes Lehrbuch für angehende Mathematiker, Physiker, Chemiker und Ingenieure, reich an Wendungen und Anwendungen. Es weicht in mancher Hinsicht von der landläufigen Literatur ab. Erstens dadurch, dass dem prinzipiell wichtigen das formale Rechenapparat und die Beispiele vorangeschickt werden, was der Verfasser durch didaktische Gründe eingehend motiviert. Zweitens ist es der Bruch mit der überlebten Tradition, Differentialrechnung und Integralrechnung voneinander zu trennen, der unter Hinweis auf den mündlichen Vorlesungsbetrieb von F. Klein und andern hier auch in einem Lehrbuche für Anfänger vollzogen wird. Für fortgeschrittene Leser hat dies ja schon Camille Jordan in seinem berühmten Cours d'Analyse (Bd. 1., 2. Aufl., 1893) getan, wo in der Vorrede folgendes steht: „Bien que le présent Volume ait pour objet principal le Calcul différentiel, nous avons, suivant l'exemple d'autres Auteurs, placé dès le début la définition et les propriétés fondamentales des intégrales définies, simples ou multiples, lorsqu'on peut les considérer comme limites de sommes. De cette façon, les notions fondamentales du Calcul infinitésimal se trouvent à peu près toutes réunies dans les trois premiers Chapitres de ce Volume."

Das Buch ist musterhaft ausgestattet.

Wir sehen mit grosser Erwartung dem zweiten Bande entgegen.

F. R.

A. Speiser, Theorie der Gruppen von endlicher Ordnung (Grundlehren der math. Wissenschaften V), 2. Auflage, IX + 251 S., Berlin, J. Springer, 1927.

Die Neuaflage des vorzüglichen Werkes von Speiser fängt mit zwei einleitenden Aufsätzen über die Vorgeschichte der Gruppentheorie und über die Ableitung des Gruppenbegriffes aus den Permutationen an. Es sind drei Zugänge zum Studium des reichen und interessanten Inhaltes gewährt. Das erste Kapitel führt die Grundlagen der abstrakten Gruppentheorie in einer klaren und vollständigen Behandlung ein. Kapitel 6 und 7 erbringen die geometrische Einführung in die Theorie der diskreten Gruppen, an Hand der Flächenornamente und der Kristallklassen, in einer durchaus interessanten und lebhaften Darstellung. Im achten Kapitel wird vom kombinatorischen Standpunkt ausgegangen und die Theorie der Permutationen als Mittel zur Einführung in die allgemeine Gruppentheorie in den Vordergrund gestellt. — Abgesehen von den Kapiteln 6 und 7, welche sich vom Reste des Inhaltes abtrennen, findet man in den ersten zehn Kapiteln eine zusammenhängende und vorzügliche Darstellung der allgemeinen Theorie der endlichen Gruppen. In den weiteren 6 Kapiteln werden das grundlegende Problem der Darstellung der Gruppen durch Substitutionen, die Gruppencharaktere, arithmetische Sätze über Substitutionen und die Anwendung der Gruppentheorie auf algebraische Gleichungen behandelt. — Die Darstellung orientiert sich in der Richtung der Zahlentheorie, entsprechend der Natur der Sache; nach Worten des Schlussparagraphen, welcher auf die zahlentheoretische Bedeutung der erbrachten Resultate hinweist, mündet die Gruppentheorie in die allgemeine Zahlentheorie, indem sie ihr wertvolle neue Erkenntnisse zuführt.

Die Darstellung des behandelten Stoffes ist überall sehr anregend; Beispiele zur Erläuterung werden reichlich und in sehr gelungener Weise angebracht, was das Studium des Buches wesentlich erleichtert. Das äusserst wertvolle Werk von Speiser wird sicher viel dazu beitragen, die Gruppentheorie weiteren Kreisen zugänglich und bekannt zu machen.

B. v. Kerékjártó.

F. Klein, Vorlesungen über die Entwicklung der Mathematik im 19. Jahrhundert, Teil II., für den Druck bearbeitet von R. Courant und St Cohn-Vossen (Grundlehren der math. Wissenschaften XXV), XIII + 208 S., Berlin, J. Springer, 1927.

„Geplant war ein systematisches Vordringen von den ersten invariantentheoretischen Ansätzen in der Geometrie bis zur Einsteinschen Gravitationstheorie." (Aus dem Vorwort.) Der Sinn und die Tendenz für die historischen

Gesichtspunkte in der Mathematik, die KLEIN in allen seinen Werken hervorkehrt, dominiert naturgemäss in der vorliegenden Vorlesung. Es scheint offenbar eines seiner Ziele gewesen zu sein, aus der Vergessenheit manches hervorzuholen, was — teils bewusst, teils unbewusst — beim Aufbau der EINSTEINschen Gravitationstheorie und der damit zusammenhängenden Theorien mitwirkte.

Die lineare Invariantentheorie und die Relativitätstheorie der LORENTZ-gruppe bilden den Gegenstand der ersten beiden Kapiteln. Jeder Fachmann wird mit aufrichtiger Bewunderung die Behandlung dieser in der neueren Literatur vielfach bearbeiteten Disziplinen studieren. Die eigentümliche Originalität KLEINS, sein vielseitiges Interesse erscheint hier in seiner faszinierenden Wirkung. Die Einordnung der Vektoranalysis und der Quaterniontheorie in beiden Kapiteln — entsprechend den Zielen des Verfassers — verleiht einen besonderen Reiz diesen Entwicklungen. Dass III. Kapitel — mit der GAUSSschen inneren Theorie der Flächen beginnend — ist den RIEMANNschen n-dimensionalen Mannigfaltigkeiten gewidmet. Die Entwicklung dieser Theorie, die man — über RIEMANN hinaus — CHRISTOFFEL und LIPSCHITZ verdankt, wird häufig ausser Acht gelassen; diese gelangt zu Ehre in der vorliegenden Darstellung. Deshalb wird jeder Fachgenosse mit grossem Interesse dieses Buch lesen, obwohl verschiedene neuere Untersuchungen dieses Gedankenkreises darin nicht aufgenommen werden konnten.

A. H.